

1.	<p>Ένα σώμα μάζας $m = 34 \text{ Kg}$ εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης με ταχύτητα \bar{v}_0. Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h = 7R_\Gamma$, απότελος διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 10 \text{ Kg}$ και $m_2 = 24 \text{ Kg}$ αντίστοιχα. Το κομμάτι μάζας m_1 κατευθύνεται προς την επιφάνεια της Γης κινούμενο στην ευθεία που περνά από το κέντρο της, ενώ το κομμάτι μάζας m_2 φτάνει στο άπειρο με ταχύτητα που έχει μέτρο $v_\infty = 3 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400 \text{ Km}$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Να υπολογίσετε:</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.1. Την ταχύτητα \bar{v}_0. 4.2. Την ταχύτητα \bar{v}_2 του κομματιού μάζας m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος. 4.3. Την ταχύτητα \bar{v}_1 του κομματιού μάζας m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος και την ταχύτητα \bar{v}_3 με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης. 4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του κομματιού μάζας m_1 τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = R_\Gamma$.
2.	<p>Ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα \bar{v}_0, στη διεύθυνση της ακτίνας της Γης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την επιφάνεια της. Το σώμα καταφέρνει να φτάσει σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$).</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο v_0 της αρχικής ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε το σώμα. 4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης.
	<p>Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στο ύψος $h = R_\Gamma$, μια ξαφνική έκρηξη διασπά το σώμα σε δύο άλλα σώματα ίσων μαζών ($m_1 = m_2$), τα οποία κινούνται στην αρχική διεύθυνση κίνησης του σώματος. Το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη και φτάνει στην επιφάνεια της με ταχύτητα \bar{v}_1' μέτρου $v_1' = 16 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.3. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m_2 θα διαφύγει από την έλξη της Γης προς το διάστημα. 4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 με την οποία διαφεύγει στο διάστημα. <p>Η Γη θεωρείται οφαίρα ακίνητη και ομογενής ακτίνας $R_\Gamma = 6400 \text{ km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Θεωρούμε επίσης ότι οι αντιστάσεις από την ατμόσφαιρα της Γης μπορούν να αγνοηθούν.</p>
3.	<p>Θεωρούμε τη Γη μια οφαίρα ακίνητη και ομογενή, ακτίνας $R_\Gamma = 6400 \text{ km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ένας μετεωρίτης μάζας $m = 100 \text{ kg}$ κινείται ευθύγραμμα προς τη Γη, σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της και εισέρχεται από το διάστημα στο Γήινο βαρυτικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 8 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{km}}{\text{s}}$.</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης θα έφτανε στην επιφάνεια της Γης, αν δεν υπήρχε η ατμόσφαιρα. <p>Αν υποθέσουμε ότι η ατμόσφαιρα της Γης φτάνει σε ύψος $h = \frac{R_\Gamma}{4}$ από την επιφάνεια της:</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.2. να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης. 4.3. να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του μετεωρίτη τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης. 4.4. Αν τελικά ο μετεωρίτης εξαιτίας των αντιστάσεων της ατμόσφαιρας έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που εισήλθε στο πεδίο βαρύτητας της Γης, να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε εξαιτίας τριβών μεταξύ του μετεωρίτη και της ατμόσφαιρας της Γης.
4.	<p>Διαστημικό όχημα, μάζας $m = 300 \text{ kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα. Η αρχική του ταχύτητα είναι μηδενική, ενώ ο πρωθητικός του μηχανισμός το αναγκάζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση \ddot{a}. Όταν το όχημα φτάνει σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$) από την επιφάνεια της, ο πρωθητικός μηχανισμός σταματάει να λειτουργεί και το όχημα κινείται πλέον ελεύθερα, λόγω της ταχύτητας που απέκτησε ως τότε. Αν το διαστημικό όχημα δε δέχεται αντιστάσεις και καταφέρνει μόλις να διαφύγει για πάντα από την έλξη της Γης, να υπολογίσετε:</p> <ul style="list-style-type: none"> 4.1. Το μέτρο της ταχύτητας που είχε το διαστημικό όχημα, τη στιγμή που έπαψε να λειτουργεί ο πρωθητικός μηχανισμός, δηλαδή την ταχύτητα διαφυγής από το συγκεκριμένο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης. 4.2. Το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσης του διαστημικού όχηματος, δύσο λειτουργούντας ο πρωθητικός του μηχανισμός. 4.3. Τη χρονική διάρκεια λειτουργίας του πρωθητικού μηχανισμού. 4.4. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του όχηματος μετά από χρονική διάρκεια $\Delta t = 800 \cdot \sqrt{2} \text{ s}$ από την εκκίνησή του.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400 \text{ km}$.

- 5.** Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6 \times 10^6 \text{ m}$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3,6 \times 10^{14} \text{ Nm}^2/\text{kg}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε ότι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης.

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος R από την επιφάνειά του.

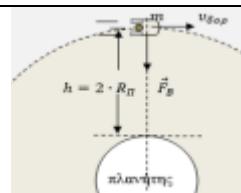
4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη.

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4 \times 10^7 \text{ m}$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000 \text{ kg}$, ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη.

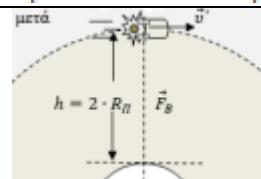
Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{0.3} \cong 0.55$, $\frac{24\pi}{55} \cong 1.4$. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 6.** Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_\Pi = \frac{M_\Gamma}{3}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης και ακτίνα $R_\Pi = R_\Gamma$, όπου R_Γ η ακτίνα της Γης και δεν έχει απμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900 \text{ kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400 \text{ km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.